

수학 영역(나형)

제 2 교시

1

1. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $(3^4)^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

3. ${}_9P_2$ 의 값은? [2점]

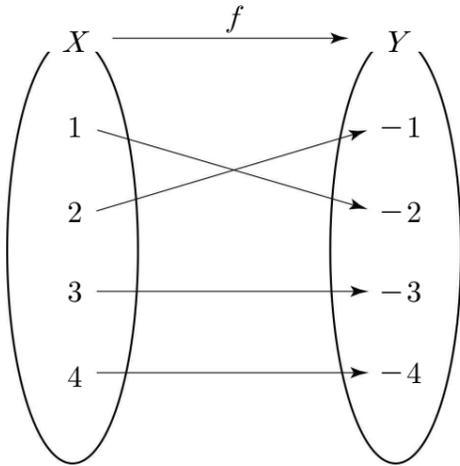
- ① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

4. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{10} a_n = 20$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} (a_n - 1)$ 의 값은?

[3점]

- ① 2 ② 6 ③ 10 ④ 14 ⑤ 18

5. 그림은 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$f(2) + f^{-1}(-3)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 자연수 7을 세 개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

7. 함수 $y = \sqrt{x+k}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 그래프가 점 $(0, 4)$ 를 지날 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 $A = \{1, 2\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 를 만족시키는 U 의 부분집합 B 의 개수는? [3점]

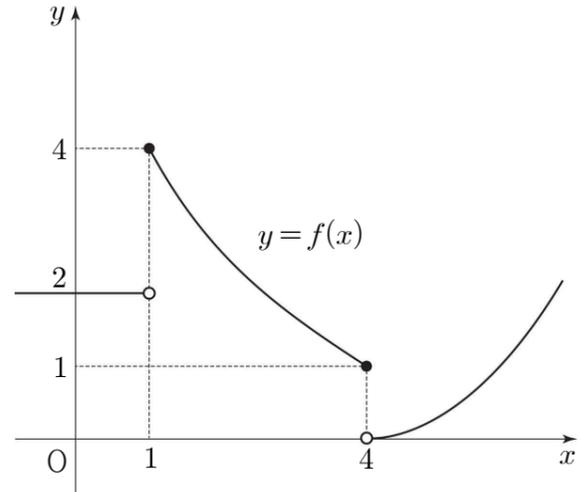
- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. 함수 $y = \frac{3x+2}{x-2}$ 의 그래프의 점근선은

두 직선 $x = m, y = n$ 이다. 두 상수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(1) + \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$ 이고 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{a_n + 1}{3a_n - 2}$$

을 만족시킬 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

12. $\log_a(-2a+14)$ 가 정의되도록 하는 정수 a 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} & (x \neq 3) \\ a & (x = 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+1} = a$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+2}+1}{a^n-1}$ 의 값은?

(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

6

수학 영역(나형)

15. 실수 x 에 대한 세 조건

$$p : x(x-3) \leq 0$$

$$q : x > 4$$

$$r : |x-1| \leq 2$$

에 대하여 <보기>에서 참인 명제만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

< 보기 >

$$\neg . p \rightarrow q$$

$$\neg . p \rightarrow r$$

$$\neg . r \rightarrow \sim q$$

① \neg

② \neg

③ \neg

④ \neg, \neg

⑤ \neg, \neg, \neg

16. 자연수 n 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = 4n^2$ 과 직선 $y = \sqrt{n}$ 이 제1사분면에서 만나는 점의 x 좌표를 a_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - a_n)$ 의 값은? [4점]

① $\frac{1}{16}$

② $\frac{1}{8}$

③ $\frac{3}{16}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{5}{16}$

17. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \frac{f(x)}{x^2} + 1 \right\} = 0$
 (나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 3}{x^2} = -1$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

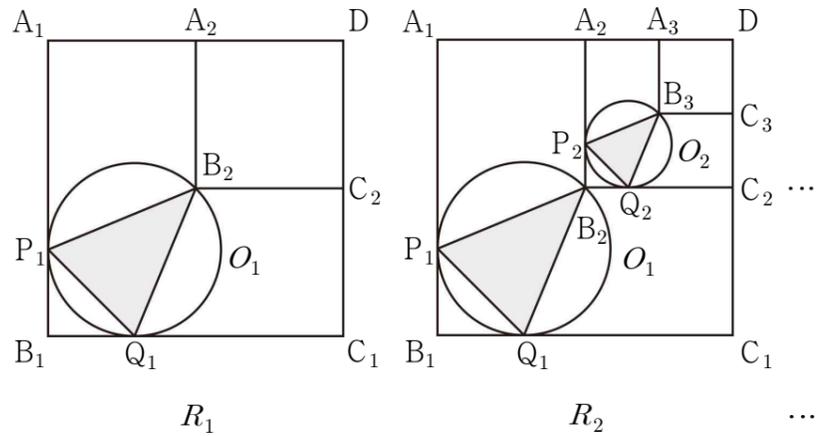
18. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D$ 가 있다.

정사각형 $A_1B_1C_1D$ 의 두 대각선의 교점을 B_2 라 하고, 점 B_2 에서 두 변 A_1D , C_1D 에 내린 수선의 발을 각각 A_2 , C_2 라 하자.

점 B_2 를 지나고 두 변 A_1B_1 , B_1C_1 에 동시에 접하는 원을 O_1 이라 하고, 원 O_1 이 두 변 A_1B_1 , B_1C_1 에 접하는 점을 각각 P_1 , Q_1 이라 할 때, 삼각형 $B_2P_1Q_1$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 정사각형 $A_2B_2C_2D$ 의 두 대각선의 교점을 B_3 이라 하고, 점 B_3 에서 두 변 A_2D , C_2D 에 내린 수선의 발을 각각 A_3 , C_3 이라 하자. 점 B_3 을 지나고 두 변 A_2B_2 , B_2C_2 에 동시에 접하는 원을 O_2 라 하고, 원 O_2 가 두 변 A_2B_2 , B_2C_2 에 접하는 점을 각각 P_2 , Q_2 라 할 때, 삼각형 $B_3P_2Q_2$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{4\sqrt{2}-4}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{3}-5}{3}$ ③ $\frac{8\sqrt{3}-8}{9}$
 ④ $\frac{4\sqrt{2}-3}{4}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}-3}{6}$

19. 2 이상의 세 실수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sqrt[3]{a}$ 는 ab 의 네제곱근이다.
 (나) $\log_a bc + \log_b ac = 4$

$a = \left(\frac{b}{c}\right)^k$ 이 되도록 하는 실수 k 의 값은? [4점]

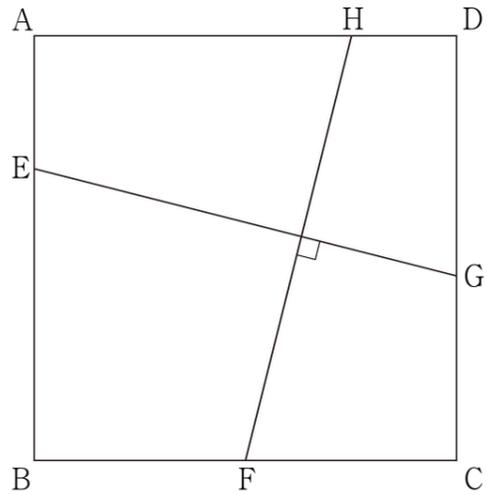
- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

20. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 한 변의 길이가 $2n$ 인

정사각형 ABCD가 있고, 네 점 E, F, G, H가 각각 네 변 AB, BC, CD, DA 위에 있다.

선분 HF의 길이는 $\sqrt{4n^2+1}$ 이고 선분 HF와 선분 EG가 서로 수직일 때, 사각형 EFGH의 넓이를 S_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{10} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① 765 ② 770 ③ 775 ④ 780 ⑤ 785

21. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

- (가) $a+b+c+d=12$
 (나) 좌표평면에서 두 점 $(a, b), (c, d)$ 는 서로 다른 점이며 두 점 중 어떠한 점도 직선 $y=2x$ 위에 있지 않다.

- ① 125 ② 134 ③ 143 ④ 152 ⑤ 161

단답형

22. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 2b_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+1)(n+2)}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 양수 a, b 에 대하여 세 수 $a^2, 12, b^2$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a \times b$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $(x+2y)^4$ 의 전개식에서 x^2y^2 의 계수를 구하시오. [3점]

26. 두 함수

$$f(x) = x + a,$$

$$g(x) = \begin{cases} x - 2 & (x < 2) \\ x^2 & (x \geq 2) \end{cases}$$

에 대하여 $(f \circ g)(0) + (g \circ f)(0) = 10$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

27. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $(\sqrt{3^n})^{\frac{1}{2}}$ 과 $\sqrt[3]{3^{100}}$ 이 모두 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

28. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 + a_2 + a_3 = 159$

(나) $a_{m-2} + a_{m-1} + a_m = 96$ 인 자연수 m 에 대하여

$$\sum_{k=1}^m a_k = 425 \quad (\text{단, } m > 3)$$

a_{11} 의 값을 구하시오. [4점]

29. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 S_1, S_2, S_3 이

$$n(S_1) \geq 3, \quad S_1 \subset S_2 \subset S_3$$

을 만족시킨다. 다음은 집합 S_1, S_2, S_3 의 모든 순서쌍 (S_1, S_2, S_3) 의 개수를 구하는 과정이다.

$n(S_1) = k (3 \leq k \leq 10, k \text{는 자연수})$ 인 집합 S_1 의 개수는 전체집합 U 의 원소 10개 중 서로 다른 k 개를 선택하는 조합의 수와 같으므로 ${}_{10}C_k$ 이다.

또한 $S_1 \subset S_2 \subset S_3$ 이므로 집합 S_1 에 속하지 않는 원소는 세 집합 $S_2 - S_1, S_3 - S_2, U - S_3$ 중 어느 한 집합에 속해야 한다.

그러므로 $n(S_1) = k$ 일 때 집합 S_1, S_2, S_3 의 순서쌍 (S_1, S_2, S_3) 의 개수는 ${}_{10}C_k \times \square$ (가) 이다.

따라서 $n(S_1) \geq 3, S_1 \subset S_2 \subset S_3$ 을 만족시키는 순서쌍 (S_1, S_2, S_3) 의 개수는 이항정리에 의하여

$$\sum_{k=3}^{10} ({}_{10}C_k \times \square \text{ (가)}) = 4^{10} - \square \text{ (나)} \times 3^8$$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $a + f(8)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 두 실수 a, b 에 대하여 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 인 함수

$$f(x) = \frac{-ax - b + 1}{ax + b} \quad (ab > 0)$$

이 있다. 실수 k 에 대하여 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 인 함수

$$g(x) = \begin{cases} 2k - f(x) & (f(x) < k) \\ f(x) & (f(x) \geq k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} |g(x)| = \frac{1}{2}$

(나) $|g(0)| = 1$

(다) 함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프와 직선 $y = -k$ 는

두 점 $(\frac{1}{28}, -k), (\alpha, -k)$ 에서만 만난다. (단, $\alpha > \frac{1}{28}$)

직선 $y = m(x - 4\alpha) + \frac{3}{4}$ 이 함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프와 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(m)$ 이라 할 때, 함수 $h(m)$ 이 불연속이 되는 모든 실수 m 의 값의 합은 M 이다. $252M$ 의 값을 구하시오.

[4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.