

제 2 교시

수리 영역

1.  $\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}$  의 값은? [2점]

- ①  $2-2\sqrt{2}$       ② 2      ③  $2\sqrt{2}$   
④  $2+2\sqrt{2}$       ⑤  $4+2\sqrt{2}$

2. 다항식  $(x-1)(x+1)(x^2+1)+1$  을 간단히 한 것은? [2점]

- ①  $x^4$       ②  $x^4-1$       ③  $x^4+1$   
④  $x^4+x^2-1$       ⑤  $x^4+x^2+1$

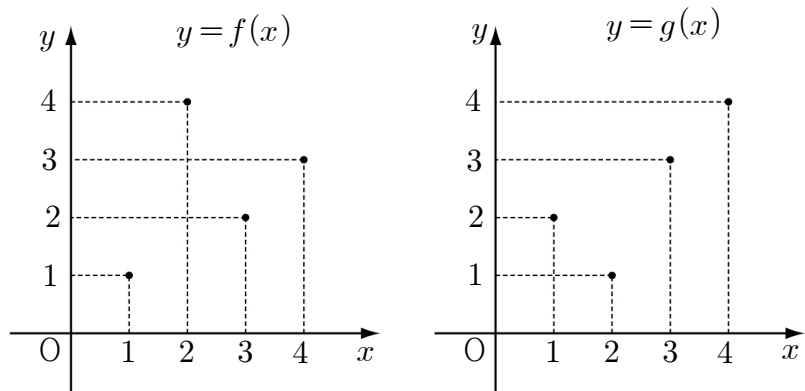
3. 실수 전체의 집합에서  $1+\sqrt{2}$  의 덧셈에 대한 역원과 곱셈에 대한 역원의 합은? [3점]

- ① -2      ②  $-\sqrt{2}$       ③ 0  
④ 2      ⑤  $2\sqrt{2}$

4. 두 조건  $p:|x-1|\leq 5$ ,  $q:x\leq a+2$  에 대하여  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건일 때, 상수  $a$  의 최솟값은? [3점]

- ① -6      ② -4      ③ 4  
④ 6      ⑤ 8

5. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합  $A$ 에서  $A$ 로의 두 함수  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 의 그래프가 각각 그림과 같을 때,  $(g \circ f)(1) + (f \circ g)^{-1}(3)$ 의 값은? [3점]



- ① 4                      ② 5                      ③ 6
- ④ 7                      ⑤ 8

6. 유리함수  $y = \frac{3x+5}{x-1}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. 점근선의 방정식은  $x=1$ ,  $y=3$ 이다.  
 ㄴ. 그래프는 제3사분면을 지난다.  
 ㄷ. 그래프는 직선  $y=x+3$ 에 대하여 대칭이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 집합  $X = \{2, 3, 6\}$ 에 대하여 집합  $X$ 에서  $X$ 로의 일대일 대응, 항등함수, 상수함수를 각각  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$ 라 하자. 세 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(3) + h(2)$ 의 값은?

[3점]

(가)  $f(2) = g(3) = h(6)$   
 (나)  $f(2)f(3) = f(6)$

- ① 4                      ② 5                      ③ 6
- ④ 8                      ⑤ 9

8. 무리함수  $f(x) = \sqrt{x-1} + k$ 의 그래프와 그 역함수  $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수  $k$ 의 최댓값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{3}{4}$
- ④ 1                      ⑤  $\frac{5}{4}$

9. 두 다항식  $A, B$ 의 최대공약수를  $G(A, B)$ , 최소공배수를  $L(A, B)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보기 >

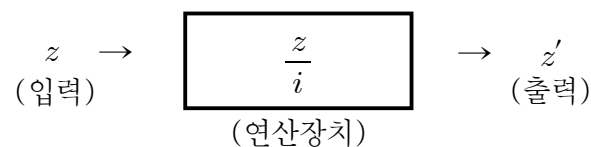
ㄱ.  $G(A, AB) = A$   
 ㄴ.  $L(G(A, B), L(A, B)) = L(A, B)$   
 ㄷ.  $G(L(A, B), B) = L(G(A, B), B)$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 집합  $A = \{x \mid (k-1)x^2 - 8x + k = 0, x \text{는 실수}\}$ 에 대하여  $n(A) = 1$ 이 되게 하는 모든 상수  $k$ 의 합은? [3점]

- ① -1                      ② 0                      ③ 1  
 ④ 2                      ⑤ 3

11. 복소수  $z$ 를 입력하면,  $\frac{z}{i}$ 의 값이 계산된 복소수  $z'$ 이 출력되는 연산장치가 있다.



이 연산장치에 처음 복소수  $z_0 = a + bi$ 를 입력하였더니  $\frac{z_0}{i}$ 의 값이 계산된 복소수  $z_1$ 이 출력되었다. 다시 이 연산장치에  $z_1$ 을 입력하였더니  $\frac{z_1}{i}$ 의 값이 계산된 복소수  $z_2$ 가 출력되었다. 이와 같은 과정을 계속하여  $z_3, z_4, z_5, \dots$ 이 출력되었다.  $z_{2009} = 2 + i$ 일 때,  $a - b$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$  이고  $a, b$ 는 실수이다.) [3점]

- ① -3                      ② -1                      ③ 0  
 ④ 1                      ⑤ 3

12. 연립부등식  $\begin{cases} x^2 - 2x - 24 \leq 0 \\ -1 \leq [x-1] \leq 6 \end{cases}$ 을 만족하는 정수  $x$ 의 개수는? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

- ① 7                      ② 8                      ③ 9  
 ④ 10                      ⑤ 11

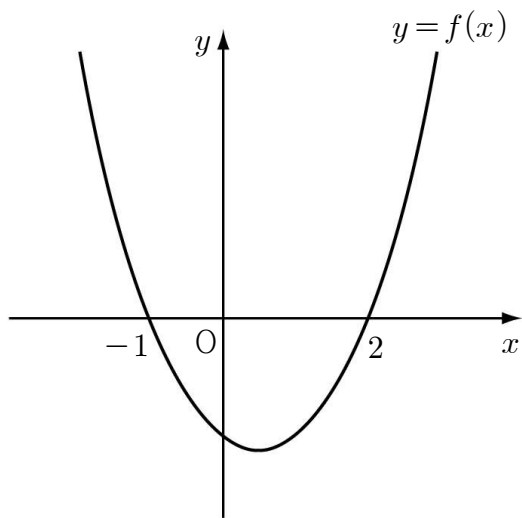
13. 전체집합  $U$ 의 공집합이 아닌 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여  $A, B^C$ 이 서로소일 때, <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보기 >

ㄱ. $A - B = \emptyset$	ㄴ. $(A \cap B)^C = A^C$
ㄷ. $(A^C \cup B) \cap A = A$	

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 그림은 두 점  $(-1, 0), (2, 0)$ 을 지나는 이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 부등식  $f\left(\frac{x+k}{2}\right) \leq 0$ 의 해가  $-3 \leq x \leq 3$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? [4점]



- ① 0                      ② 1                      ③ 2  
 ④ 3                      ⑤ 4

15. 다음은 양의 실수  $a, b, c$ 에 대하여 부등식

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \leq \frac{(a+b+c)^2}{6abc}$$

이 성립함을 증명한 것이다.

[증명]

양의 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $(a+b)^2 - 4ab = \boxed{\text{(가)}} \geq 0$

이므로  $4ab \leq (a+b)^2$ 이고,

같은 방법으로  $4bc \leq (b+c)^2, 4ca \leq (c+a)^2$  이므로

$$4abc \left( \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right)$$

$$= \frac{4ab}{a+b}c + \frac{4bc}{b+c}a + \frac{4ca}{c+a}b \leq \boxed{\text{(나)}} \dots\dots \text{㉠}$$

이다.

한편,  $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \geq 0$ 에서

$$ab + bc + ca \leq \frac{(a+b+c)^2}{\boxed{\text{(다)}}} \dots\dots\dots \text{㉡}$$

이다.

따라서 ㉠, ㉡으로부터

$$4abc \left( \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) \leq \frac{2}{3}(a+b+c)^2 \dots\dots\dots \text{㉢}$$

이다.

이때, ㉢의 양변을  $4abc$ 로 나누면

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \leq \frac{(a+b+c)^2}{6abc} \text{이다.}$$

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$(a-b)^2$	$2(ab+bc+ca)$	4
②	$(a-b)^2$	$2(ab+bc+ca)$	3
③	$(a-b)^2$	$4(ab+bc+ca)$	4
④	$(a-2b)^2$	$2(ab+bc+ca)$	3
⑤	$(a-2b)^2$	$4(ab+bc+ca)$	4

16. 방정식  $(x-3)(x-1)(x+2)+1=x$  의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$  라 할 때,  $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$  의 값은? [4점]

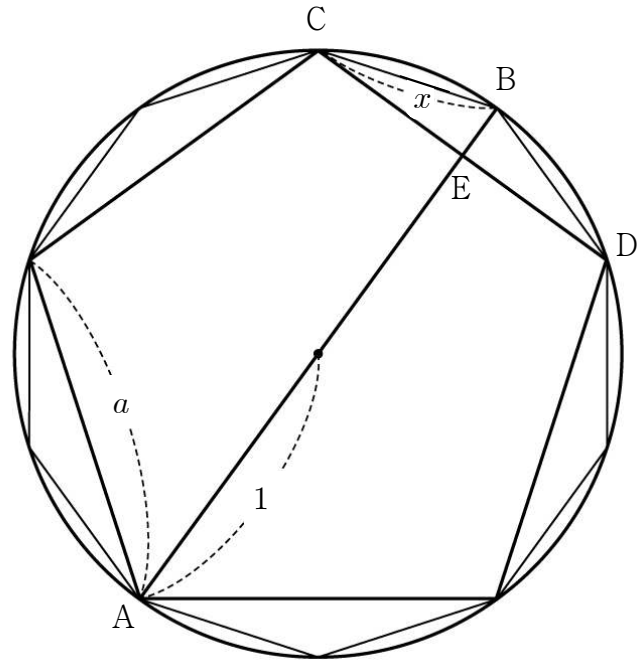
- ① 21                      ② 23                      ③ 25
- ④ 27                      ⑤ 29

17. 함수  $f(x)=\begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ \sqrt{-x} & (x < 0) \end{cases}$  에 대하여  
 연립부등식  $\begin{cases} y \geq f(x) \\ x^2+(y-1)^2 \leq 1 \end{cases}$  을 만족하는 점  $(x, y)$  가 나타내는  
 영역의 넓이는? [4점]

- ①  $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}$                       ②  $\pi - 1$                       ③  $\frac{\pi}{2} + \frac{3}{4}$
- ④  $\frac{\pi}{2} + 1$                       ⑤  $\pi - \frac{1}{2}$

18. 다음은 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 정오각형의 한 변의 길이를  $a$ 라 할 때, 이 원에 내접하는 정십각형의 한 변의 길이를  $a$ 를 써서 나타낸 과정이다.

그림과 같이 정오각형의 한 꼭짓점 A와 정십각형의 한 꼭짓점 B를 이으면 원의 지름이 된다. 이때, 지름 AB와 정오각형의 한 변 CD가 만나는 점을 E라 하자.



이때, 정십각형의 한 변의 길이를  $x$ 라 하면,

$\overline{AC} = \text{ (가) }$  이다.

한편, 삼각형 ABC에서  $\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{CE}$  이므로

$\text{ (가) } \cdot x = a \dots\dots\dots \text{ ㉠}$

이고, ㉠의 식을 정리하면

$x^4 - \text{ (나) } \cdot x^2 + a^2 = 0 \dots\dots \text{ ㉡}$

이다.

따라서 ㉡의 방정식을 풀면,  $x = \text{ (다) }$  이다.

위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\sqrt{1-x^2}$	2	$\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}}$
②	$\sqrt{1-x^2}$	4	$\sqrt{2-\sqrt{4-a^2}}$
③	$\sqrt{4-x^2}$	2	$\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}}$
④	$\sqrt{4-x^2}$	4	$\sqrt{2+\sqrt{4-a^2}}$
⑤	$\sqrt{4-x^2}$	4	$\sqrt{2-\sqrt{4-a^2}}$

19. 좌표평면 위에 두 점  $A(0, 0)$ ,  $B(0, 2)$ 가 있다.  $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = 4$ 를 만족하는 점  $P(x, y)$ 에 대하여  $y - x^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

- ①  $-\frac{7}{4}$                       ②  $-\frac{1}{4}$                       ③  $\frac{1}{4}$
- ④  $\frac{7}{4}$                           ⑤ 2

20. 수직선 위의 서로 다른 세 점  $A(a)$ ,  $B(b)$ ,  $C(c)$ 에 대하여 선분  $AC$ 를  $m:n$ 으로 내분하는 점  $P(p)$ 가 선분  $BC$ 를  $m:n$ 으로 외분하는 점이 될 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $m \neq n$ ,  $m > 0$ ,  $n > 0$ ) [4점]

< 보기 >

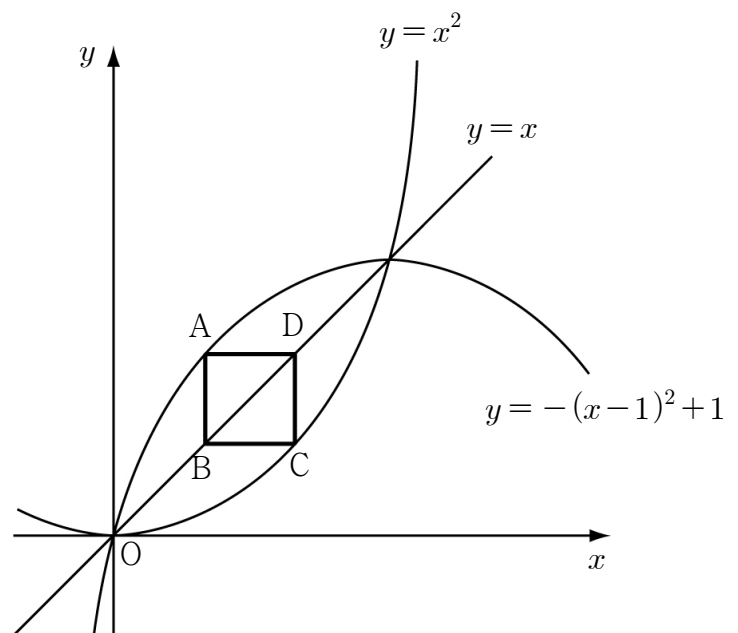
ㄱ.  $a=1$ ,  $b=5$ ,  $m=1$ ,  $n=2$ 이면  $c=7$ 이다.

ㄴ.  $m > n$ 이면  $a < p < b < c$ 이다.

ㄷ.  $p = \frac{a+b}{2}$

- ① ㄱ                              ② ㄴ                              ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                        ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 두 함수  $y = -(x-1)^2 + 1$ ,  $y = x^2$ 의 그래프 위에 각각 점  $A$ 와  $C$ 를, 직선  $y = x$  위에 서로 다른 두 점  $B$ 와  $D$ 를 잡아 사각형  $ABCD$ 가 정사각형이 되도록 하였다. 이때, 정사각형  $ABCD$ 의 한 변의 길이는? (단, 점  $A, B, C, D$ 의  $x$ 좌표는 양수이다.) [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{5}}{2} - 1$                       ②  $\sqrt{5} - 2$                       ③  $2 - \sqrt{3}$
- ④  $\sqrt{3} - 1$                         ⑤  $3 - \sqrt{5}$

단답형

22. 다항식  $x^3 + 3x^2 - x + 2$ 를  $x - 2$ 로 나눈 나머지를 구하시오. [2점]

23. 이차함수  $y = x^2 + ax + 3$ 의 그래프와 직선  $y = 2x + b$ 가 서로 다른 두 점에서 만나고 두 교점의  $x$ 좌표가  $-2$ 와  $1$ 일 때,  $2b - a$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

24. 직선  $y = mx + 3$ 이 직선  $nx - 2y - 2 = 0$ 과는 수직이고, 직선  $y = (3 - n)x - 1$ 과는 평행할 때,  $m^2 + n^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $m, n$ 은 상수이다.) [3점]

25. 두 제품 P와 Q의 한 알에 함유되어 있는 비타민B<sub>1</sub>, 비타민C의 양과 한 알의 가격은 표와 같다.

제품	비타민B <sub>1</sub> (mg)	비타민C(mg)	한 알의 가격(원)
P	20	20	150
Q	10	20	100

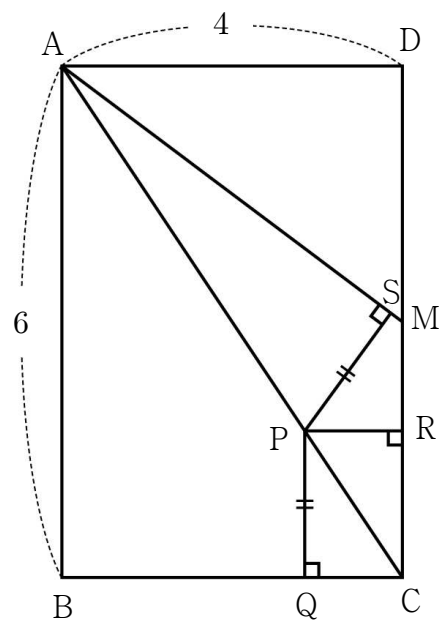
어느 수험생이 이 두 제품 P, Q만을 이용하여 하루에 비타민B<sub>1</sub>을 60mg이상, 비타민C를 80mg이상 섭취하고자 할 때, 필요한 최소비용은  $a$ (원)이다. 이때,  $a$ 의 값을 구하시오. [4점]

26.  $x \neq -1, x \neq -3$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여

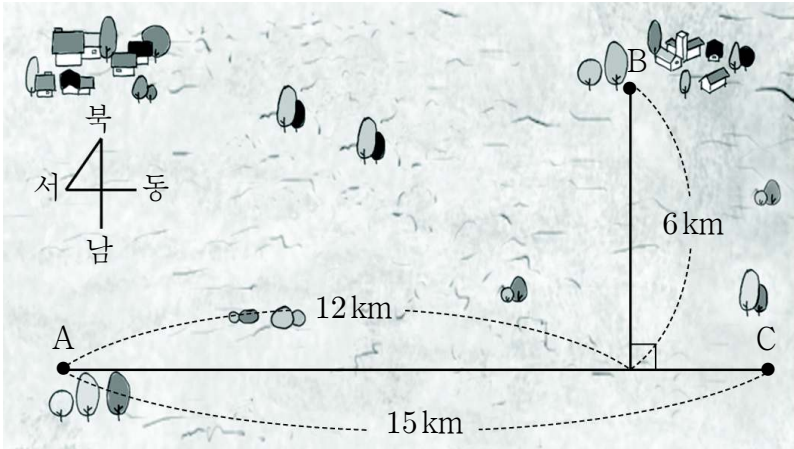
$$\text{등식 } \frac{x}{1 + \frac{2}{x+1}} = x + a + \frac{b}{x+3} \text{가 성립할 때, } a+b \text{의 값을}$$

구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

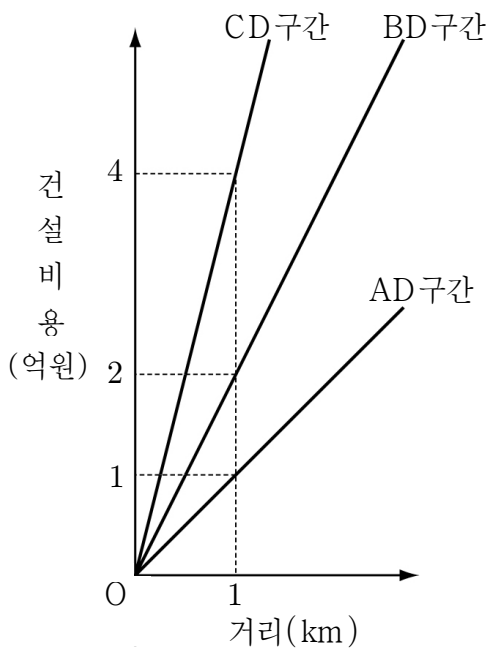
27. 그림과 같이 가로 길이가 4, 세로 길이가 6인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 DC의 중점을 M이라 하고, 대각선 AC 위의 임의의 한 점 P에서 세 직선 BC, DC, AM에 내린 수선의 발을 각각 Q, R, S라 하자. 점 P가  $\overline{PQ} = \overline{PS}$ 를 만족시킬 때, 선분 PR의 길이는  $\frac{q}{p}$ 이다. 이때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 그림과 같이 A, B, C 세 지점이 있다. B는 A로부터 동쪽으로 12km만큼, 북쪽으로 6km만큼 떨어진 곳에 있으며, C는 A로부터 동쪽으로 15km만큼 떨어진 곳에 있다.



어떤 건설회사가 A, B, C 각 지점에서 어느 D지점까지 도로를 건설하려고 한다. 각 구간별 건설예정인 도로의 건설비용은 아래 그림과 같이 거리에 정비례한다.



A, B, C 각 지점에서 D지점까지의 각각의 도로 건설비용이 모두 같은 D지점은 두 곳이다. 이 두 지점 사이의 거리를  $x$  (km)라 할 때,  $x$ 의 값을 구하시오. (단, 네 지점 A, B, C, D는 동일 평면에 위치하며 모든 도로는 두 지점을 직선으로 연결한 평면상의 도로이다.) [4점]

29. 이차함수  $y = 2x^2$ 의 그래프와 원  $x^2 + (y+1)^2 = 1$ 에 동시에 접하는 직선이  $y = ax + b$ 일 때,  $a^2 + b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이고  $b < 0$ 이다.) [4점]

30. 3이하의 자연수  $n$ 에 대하여  $A_n$ 을 다음과 같이 정한다.

- (가)  $A_1 = 9 + 99 + 999$
- (나)  $A_n =$  (세 수 9, 99, 999에서 서로 다른  $n (n \geq 2)$ 개를 택하여 곱한 수의 총합)

이때,  $A_1 + A_2 + A_3$ 의 값을 1000으로 나눈 나머지를 구하시오.

[4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.